

Εισαγωγή στον Προγραμματισμό

Μέρος 3ο: Πίνακες - Ταξινόμηση - Αναζήτηση

Εξάμηνο Σπουδών: 3ο
Κωδικός Μαθήματος: 343

Τμήμα Μαθηματικών
Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Μιχάλης Α. Μπέκος
bekos@uoi.gr

Εισαγωγή

- Πίνακες:
 - Συλλογή δεδομένων ίδιου τύπου
 - Στατική δομή - η πληθικότητα της δεν τροποποιείται
- Τύποι πινάκων:
 - Στην C: πίνακες βασιζόμενοι σε δείκτες
 - Στην C++: πίνακες αντικείμενα
- Παραδοχές:
 - πίνακας → πίνακας της C
 - μονοδιάστατος πίνακας
 - ...εκτός εάν ορίζεται διαφορετικά

Μέρος 1^ο:
Εισαγωγικές έννοιες

Πίνακες

- **Ορισμός:** Συλλογή δεδομένων ίδιου τύπου
- Η πρώτη σύνθετη δομή τύπων:
 - σύνθετη: “ομαδοποίηση”
 - απλές δομές τύπων:
int, float, double, char, bool
- Ομαδοποιεί κοινές μεταβλητές σε μια “δομή”
 - Βαθμολογίες, θερμοκρασίες, ονόματα, κ.τ.λ
 - Αποφεύγουμε να δηλώσουμε πολλές απλές μεταβλητές
 - Μπορεί να χειριστεί τη “δομή” ως μια οντότητα

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main() {
    int day, month, total_days;
    int monthdays[12] = {31, 28, 31, 30,
                        31, 30, 31, 31,
                        30, 31, 30, 31};

    // get date
    cout << "Enter month(1 to 12): ";
    cin >> month;
    cout << "Enter day(1 to 31): ";
    cin >> day;

    // find the no of days from year start
    total_days = day;
    for (int j = 0; j < month - 1; j++) {
        total_days += monthdays[j];
    }

    cout << "Total days from year start:"
         << total_days << endl;
    return 0;
}
```

Δήλωση Πινάκων

- Σύνταξη δήλωσης πίνακα:

`όνομα_τύπου όνομα_πίνακα [μέγεθος];`

- Τα στοιχεία του πίνακα `όνομα_πίνακα` είναι:

`όνομα_πίνακα [0],...,όνομα_πίνακα [μέγεθος-1];`

- Κάθε στοιχείο είναι μια μεταβλητή τύπου `όνομα_τύπου`

- Παραδείγματα:

- `double numbers[100];`

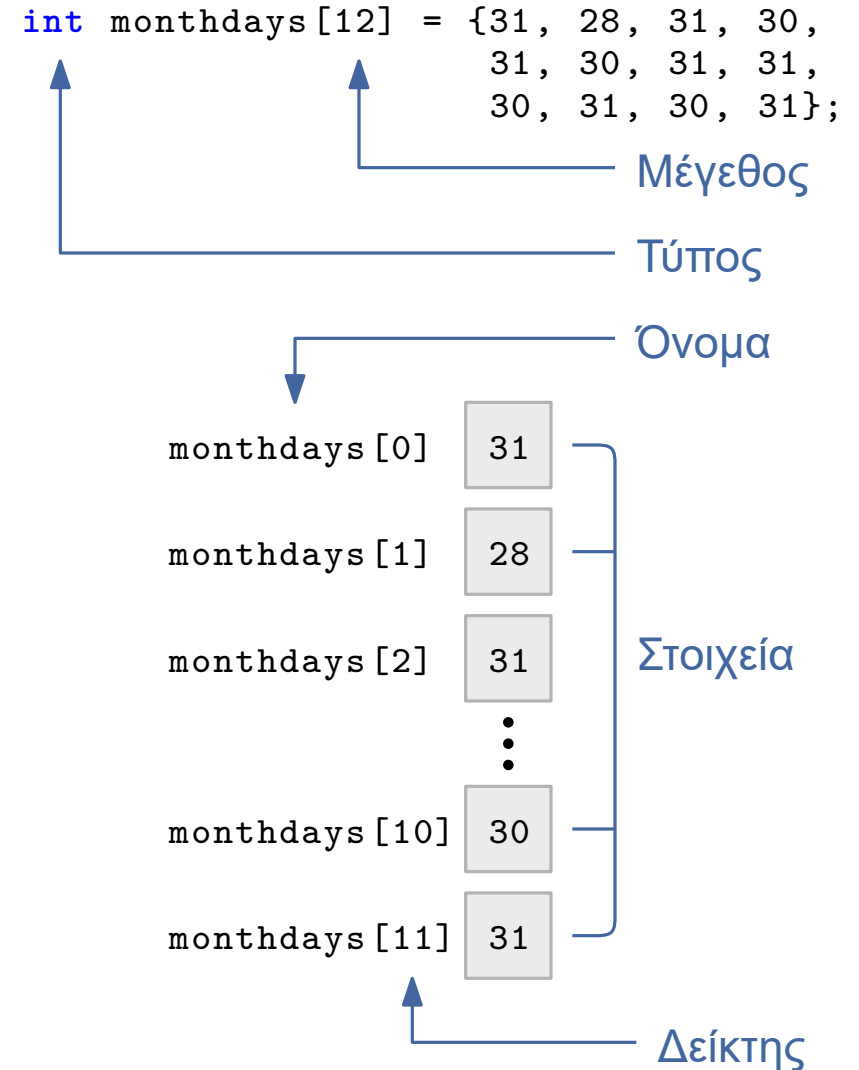
- `numbers[0], ..., numbers[99]` → όλα τύπου `double`

- `int grades[10];`

- `grades[0], ..., grades[9]` → όλα τύπου `int`

Δήλωση Πινάκων

- Ανοίγει κατάλληλες θέσεις στη μνήμη
 - 12 μεταβλητές τύπου `int`:
`int monthdays[12];`
 - Οι 12 μεταβλητές θα είναι:
`monthdays[0], ..., monthdays[11]`
- Συστατικά ενός πίνακα:
 - Όνομα
 - Τύπος
 - Μέγεθος
 - Στοιχεία
 - Δείκτης



Το μέγεθος του πίνακα

- Το μέγεθος ενός πίνακα πρέπει να είναι μια ακέραια θετική σταθερά
 - Δεν επιτρέπεται δήλωση πίνακα μεταβλητού μεγέθους
- Χρήση καθορισμένης σταθεράς για το μέγεθος του πίνακα:
 - Αντί να χρησιμοποιούμε έναν αριθμό (π.χ., 5) για το μέγεθος του πίνακα μπορούμε να κάνουμε χρήση προκαθορισμένης σταθεράς,
 - η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την προσπέλαση των στοιχείων του πίνακα
- Η C++ σας επιτρέπει να αναφερθείτε σε στοιχεία εκτός ορίου
 - Τα αποτελέσματα είναι ασαφή
 - Ο μεταφραστής δεν αναγνωρίζει τέτοια λάθη

```
int arr1[0];  
int arr2[-1];
```



```
int size = 3;  
int arr3[size];
```



```
cout << "Specify a number:";  
cin >> number;  
int arr4[number];
```



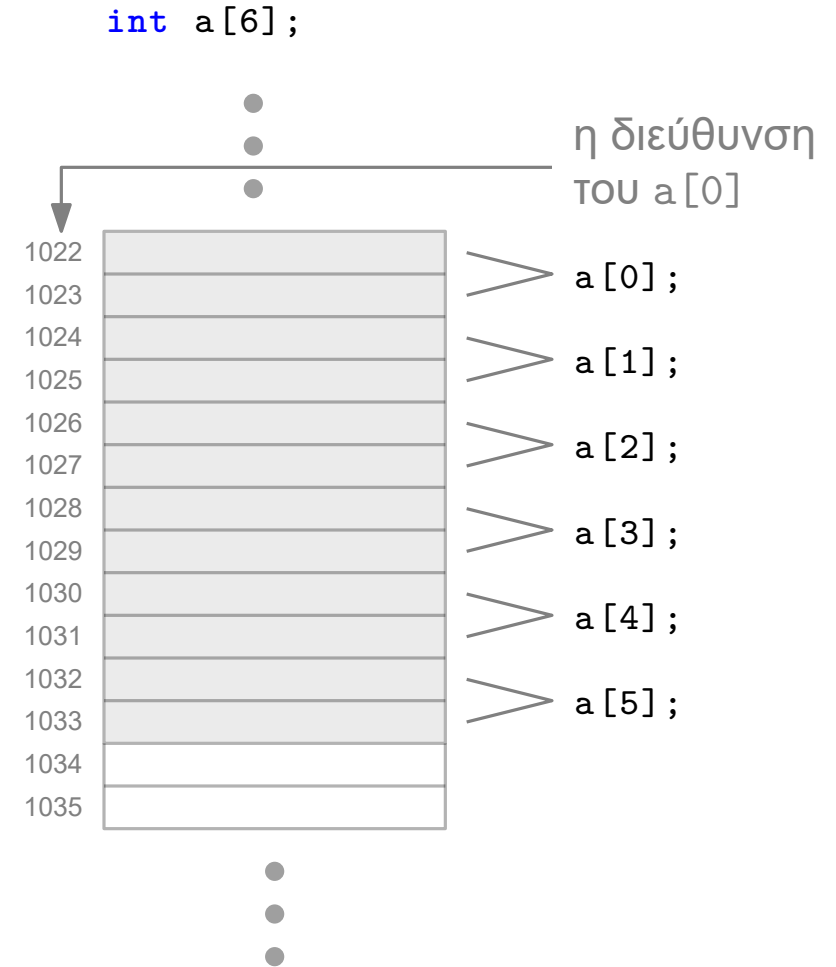
```
const int NO_OF_STUDENTS = 3;  
int grades[NO_OF_STUDENTS];  
...  
for (int i=0; i<NO_OF_STUDENTS; i++) {  
    cout << grades[i];  
}
```

```
double temperatures[24];  
temperatures[24] = 5;
```



Οι πίνακες στη μνήμη

- Μια απλή μεταβλητή περιγράφεται από:
 - Μία διεύθυνση μνήμης (αρχή του πρώτου byte)
 - και ένα τύπος μεταβλητής (πόσα byte καταλαμβάνει)
- Πίνακες:
 - Όλα τα στοιχεία τοποθετούνται το ένα δίπλα στο άλλο
 - Ο πίνακας “θυμάται” τη διεύθυνση του πρώτου του στοιχείου (και κανενός άλλου)
 - Π.χ., η δήλωση `int a[6]` δεσμεύει 6 θέσεις για μεταβλητές τύπου `int`



Αρχικοποίηση και προβολή των στοιχείων

- Ο λάθος τρόπος:

```
int grades[5];  
cin >> grades;
```



```
int grades[5] = {4, 8, 6, 7, 5};  
cout << grades;
```



- Ο σωστός τρόπος:

```
int grades[5];  
  
// reading one variable at a time:  
for (int i=0; i<5; i++) {  
    cout << "Specify grade " << i << ": ";  
    cin >> grades[i];  
}
```

```
int grades[5] = {4, 8, 6, 7, 5};  
  
// displaying all variables:  
cout << "The grades are: ";  
for (int i=0; i<5; i++) {  
    cout << grades[i];  
}
```

Επισημάνσεις

- Για την πρόσβαση στα στοιχεία ενός πίνακα, συνήθως χρησιμοποιείται εντολή επανάληψης for
- Οι δείκτες των πινάκων αρχίζουν από το 0
 - αρχίζουν πάντοτε από το 0
 - αρχίζουν πάντοτε από το 0
 - αρχίζουν πάντοτε από το 0
 - ...
 - τελειώνουν με τον ακέραιο που είναι μικρότερος κατά 1 από το μέγεθος του πίνακα

```
#include <iostream>
using namespace std;

const int NO_OF_STUDENTS = 4;

int main() {
    int grades[NO_OF_STUDENTS] = {7,5,4,8};

    // upgrade all grades by 1
    for (int i=0; i<NO_OF_STUDENTS; i++) {
        grades[i] += 1;
    }

    // print array elements
    cout << "The grades are: ";
    for (int i=0; i<NO_OF_STUDENTS; i++) {
        cout << grades[i] << " ";
    }
    cout << endl;

    return 0;
}
```

Μερικώς συμπληρωμένοι πίνακες

- Πολλές φορές δεν γνωρίζουμε από πριν το ακριβές μέγεθος του πίνακα
 - Παράδειγμα: Είσοδος αριθμών από τον χρήστη
- Στην περίπτωση αυτή πρέπει να:
 - Δημιουργήσουμε ένα πίνακα με μέγεθος μεγαλύτερο από τον αριθμό των στοιχείων που αναμένουμε
 - Χρησιμοποιήσουμε μια επιπλέον μεταβλητή για την καταγραφή του πλήθους των στοιχείων

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main() {
    int numbers[1000];
    int input = 0, size = 0;

    cout << "Enter numbers (-1 to stop):";

    for (int i = 0; i<1000; i++) {
        cin >> input;

        if (input == -1) break;

        numbers[i] = input;
        size++;
    }

    cout << "The given numbers are: ";
    for (int i = 0; i<size; i++) {
        cout << numbers[i] << " ";
    }
    return 0;
}
```

Μέρος 2^ο:
Πίνακες σε συναρτήσεις

Πίνακες σε συναρτήσεις

- Ως παράμετροι σε συναρτήσεις:
 - Μεμονωμένα στοιχεία του πίνακα
 - Ολόκληρο τον πίνακα
- Ως επιστρεφόμενες τιμές από συναρτήσεις:
 - Δεν θα το δούμε με απλούς πίνακες
 - Εύκολο με πίνακες αντικείμενα (αργότερα)

Στοιχεία πινάκων ως παράμετροι

- Χρησιμοποιούνται όπως ακριβώς οι απλές μεταβλητές
- **Παράδειγμα:** Η εκτύπωση των στοιχείων ενός πίνακα

```
#include <iostream>
using namespace std;

const int NO_OF_STUDENTS = 4;

// prints the specified element
// to the standard output
void print(int element);

int main() {
    int grades[NO_OF_STUDENTS] = {7,5,4,8};

    // print array elements
    cout << "The grades are: ";
    for (int i=0; i<NO_OF_STUDENTS; i++) {
        print(grades[i]);
    }

    return 0;
}

void print(int element) {
    cout << element << endl;
}
```

Ολόκληροι πίνακες ως παράμετροι

- Αν θέλουμε να περάσουμε ως παράμετρο ολόκληρο τον πίνακα:
 - Χρησιμοποιούμε το όνομα του πίνακα
 - Ο τύπος της παραμέτρου είναι πίνακας
- Στέλνουμε και το μέγεθος του πίνακα ως παράμετρο:
 - Ως μια τυπική παράμετρο τύπου `int`
- Στην κλήση της συνάρτησης στέλνουμε ολόκληρο τον πίνακα, χωρίς `[]`
- Παράμετρος πίνακα: **με αναφορά**

```
#include <iostream>
using namespace std;

const int NO_OF_ELEMENTS = 4;

// it fills up the input array
void fillUp(int a[], int n);

int main() {
    int elements[NO_OF_ELEMENTS];

    fillUp(elements, NO_OF_ELEMENTS);

    cout << "The given elements are: ";
    for (int i=0; i<NO_OF_ELEMENTS; i++) {
        cout << elements[i] << endl;
    }
}

void fillUp(int a[], int n) {
    cout << "Enter " << n << " elements";
    for (int i = 0; i < n; i++)
        cin >> a[i];
}
```

Ολόκληροι πίνακες ως παράμετροι

- Αν θέλουμε να περάσουμε ως παράμετρο ολόκληρο τον πίνακα:
 - Χρησιμοποιούμε το όνομα του πίνακα
 - Ο τύπος της παραμέτρου είναι πίνακας
- Στέλνουμε και το μέγεθος του πίνακα ως παράμετρο:
 - Ως μια τυπική παράμετρο τύπου int
- Στην κλήση της συνάρτησης στέλνουμε ολόκληρο τον πίνακα, χωρίς []
- Παράμετρος πίνακα: **με αναφορά**

```
#include <iostream>
using namespace std;

const int NO_OF_ELEMENTS = 4;

// it fills up the input array
void fillUp(int a[], int n);

int main() {
    int elements[NO_OF_ELEMENTS];

    fillUp(elements, NO_OF_ELEMENTS);

    cout << "The given elements are: ";
    for (int i=0; i<NO_OF_ELEMENTS; i++) {
        cout << elements[i] << endl;
    }
}

void fillUp(int a[], int n) {
    cout << "Enter " << n << " elements";
    for (int i = 0; i < n; i++)
        cin >> a[i];
}
```

Part03/listing.cpp

Μπορούμε να χρησιμοποιούμε την IDIA συνάρτηση για να γεμίσουμε πίνακες διαφορετικού μεγέθους

Μέρος 3^ο:
Παραδείγματα

Αρχικοποίηση πίνακα από τον χρήστη

- Για την αρχικοποίηση ενός πίνακα με στοιχεία που θα δώσει ο χρήστης, χρησιμοποιούμε εντολή επανάληψης `for`
 - Σε κάθε επανάληψη, αρχικοποιούμε ένα στοιχείο του πίνακα στη δοθείσα τιμή.

```
#include <iostream>
using namespace std;

/**
 * Initialize all n elements of the
 * input array a
 */
void initialize(int a[], const int& n);

int main() {
    const int SIZE = 5;
    int a[SIZE];
    initialize(a, SIZE);
}

void initialize(int a[], const int& n) {
    for (int i=0; i<n; i++) {
        cout << "a[" << i << "]= ";
        cin >> a[i];
    }
    cout << endl;
}
```

Προβολή των στοιχείων ενός πίνακα

- Για την προβολή των στοιχείων ενός πίνακα στο τερματικό, χρησιμοποιούμε ξανά εντολή επανάληψης `for`
 - Σε κάθε επανάληψη, δίνεται στην έξοδο ένα στοιχείο του πίνακα.
 - Από τη στιγμή που τα στοιχεία του πίνακα δεν τροποποιούνται, μια καλή ιδέα είναι να ορίσετε τον πίνακα ως `const` στη συνάρτησή σας.

```
#include <iostream>
using namespace std;

/**
 * Output all n elements of the
 * input array a
 */
void display(const int a[], const int& n);

int main() {
    const int SIZE = 5;
    int a[SIZE];
    initialize(a, SIZE);
    display(a, SIZE);
}

void display(const int a[], const int& n)
{
    for (int i=0; i<n; i++) {
        cout << a[i] << " ";
    }
    cout << endl;
}
```

Εύρεση ελαχίστου

- Για την εύρεση του ελαχίστου στοιχείου ενός πίνακα, διατρέχουμε τα στοιχεία του πίνακα ένα προς ένα.
- Διατηρούμε μια μεταβλητή, η οποία αντιστοιχεί στο ελάχιστο των στοιχείων που έχουμε επισκεφτεί.
 - Η μεταβλητή αυτή αρχικοποιείται στο πρώτο στοιχείο του πίνακα
 - Σε κάθε επανάληψη η τιμή της επαναπροσδιορίζεται
- Αντίστοιχα υλοποιείται η εύρεση μεγίστου

```
#include <iostream>
using namespace std;

// Return the minimum of the n elements
// of the input array a
int min(const int a[], const int& n);

int main() {
    const int SIZE = 5;
    int a[SIZE];
    initialize(a, SIZE);
    cout << "Min: " << min(a, SIZE);
}

int min(const int a[], const int& n) {
    int min = a[0];
    for (int i=1; i<n; i++) {
        if (a[i] < min) {
            min = a[i];
        }
    }
    return min;
}
```

Εύρεση του δείκτη του ελαχίστου στοιχείου

- Για την εύρεση του δείκτη του ελαχίστου στοιχείου ενός πίνακα, διατρέχουμε τα στοιχεία του πίνακα ένα προς ένα.
- Εντοπίζουμε το ελάχιστο στοιχείο.
- Χρησιμοποιώντας ακόμη μια βοηθητική μεταβλητή, η οποία διατηρεί το δείκτη του τρέχοντος ελαχίστου σε κάθε επανάληψη, επιστρέφουμε τη θέση του.

```
#include <iostream>
using namespace std;

// Return the index of the minimum of the
// n elements of the input array a
int minidx(const int a[], const int& n);

int main() {
    const int SIZE = 5;
    int a[SIZE];
    initialize(a, SIZE);
    cout << "minidx: " << minidx(a, SIZE);
}

int minidx(const int a[], const int& n) {
    int index = 0;
    int min = a[0];
    for (int i=1; i<n; i++) {
        if (a[i] < min) {
            min = a[i]; index = i;
        }
    }
    return index;
}
```

Εύρεση του αθροίσματος των στοιχείων πίνακα

- Για την εύρεση του αθροίσματος των στοιχείων ενός πίνακα, διατρέχουμε τα στοιχεία του πίνακα ένα προς ένα.
- Σε κάθε επανάληψη διατηρούμε μια μεταβλητή, η οποία αντιστοιχεί στο άθροισμα των στοιχείων που έχουμε ήδη επισκεφτεί.
- Όταν ολοκληρωθεί η διαπέραση, επιστρέφουμε την τιμή της μεταβλητής.

```
#include <iostream>
using namespace std;

// Return the sum of the n elements
// of the input array a
int sum(const int a[], const int& n);

int main() {
    const int SIZE = 5;
    int a[SIZE];
    initialize(a, SIZE);
    cout << "Sum: " << sum(a, SIZE);
}

int sum(const int a[], const int& n) {
    int sum = 0;
    for (int i=0; i<n; i++)
    {
        sum += a[i];
    }
    return sum;
}
```

Εύρεση του εύρους και του μ.ο. των στοιχείων πίνακα

- Το εύρος των στοιχείων ενός πίνακα αντιστοιχεί στη διαφορά μεταξύ του μέγιστου και του ελάχιστου στοιχείου του.
- Ο μέσος όρος των στοιχείων ενός πίνακα αντιστοιχεί στο πηλίκο του αθροίσματος προς το πλήθος τους.

```
#include <iostream>
using namespace std;

// Return the range and the mean of the
// n elements of the input array a
int range(const int a[], const int& n);
double mean(const int a[], const int& n);

int main() {
    const int SIZE = 5;
    int a[SIZE];
    initialize(a, SIZE);
    cout << "Range: " << range(a, SIZE);
    cout << "Mean: " << mean(a, SIZE);
}

int range(const int a[], const int& n) {
    return max(a,n) - min(a,n);
}

double mean(const int a[], const int& n)
{
    return (double) sum(a,n)/n;
}
```

Εύρεση της τυπικής απόκλισης των στοιχείων πίνακα

- Η τυπική απόκλιση βρίσκεται λαμβάνοντας την τετραγωνική ρίζα του μέσου όρου των τετραγώνων των αποκλίσεων των τιμών από τη μέση τιμή τους.
- Π.χ. η τυπική απόκλιση των οχτώ στοιχείων 2, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 9, των οποίων ο μ.ο. είναι 5, είναι:

$$\sqrt{\frac{(2-5)^2+(4-5)^2+\dots+(9-5)^2}{8}} = 2$$

```
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;

// Return the standard deviation of the
// n elements of the input array a
double stdiv(const int a[], const int& n);

int main() {
    const int SIZE = 5;
    int a[SIZE];
    initialize(a, SIZE);
    cout << "Stddiv: " << stdiv(a, SIZE);
}

double stdiv(const int a[], const int& n)
{
    double stdiv = 0.0;
    double amean = mean(a,n);
    for (int i=0; i<n; i++) {
        stdiv += pow(a[i]-amean,2);
    }
    return sqrt(stdiv/n);
}
```


Μέρος 4^ο:
Πίνακες και Αντικείμενα

Πίνακες με στοιχεία αντικείμενα

- Δηλώνονται κανονικά όπως οι βασικοί τύποι δεδομένων:
 - Π.χ. `Fraction rationals[3] = {Fraction(), Fraction(2,4), Fraction(5,2)};`
- Σε κάθε θέση του πίνακα υπάρχει ένα αντικείμενο, το οποίο υποστηρίζει αντίστοιχες μεθόδους:
 - Π.χ. `dist[i].showDistance();`

```
#include <iostream>
using namespace std;
class Distance {
private:
    unsigned int meters, centimeters;
public:
    ...
    void getDistance() {
        cout << "Meters: "; cin >> meters;
        cout << "CMs: "; cin >> centimeters;
    }
    void showDistance() {
        cout << meters << ", "
             << (centimeters <10 ? "0" : "")
             << centimeters << endl;
    }
};
int main() {
    Distance dist[5];
    for (int i=0; i<5; i++)
        dist[i].getDistance();
    for (int i=0; i<5; i++)
        dist[i].showDistance();
}
```

Πίνακες ως πεδία κλάσεων

- Οι πίνακες μπορεί να χρησιμοποιηθούν ως μεταβλητές-μέλη (πεδία) κλάσεων
- **Παράδειγμα: Στοίβα**
 - Οι εισαγωγές και οι διαγραφές ακολουθούν το σχήμα “last-in first-out”
 - Εφαρμογές:
 - Αναιρέσεις (undo) ενός προγράμματος
 - Βοηθητική δομή δεδομένων για αλγόριθμους
 - Συστατικό στοιχείο άλλων δομών δεδομένων
 - Ιστορικό επισκέψεων ιστοσελίδων web browser

```
#include <iostream>
using namespace std;

const int STACK_MAX_SIZE = 100;

class Stack {
private:
    int elements[STACK_MAX_SIZE];
    int index; // <-- index to latest entry

public:
    Stack(): index(-1) {}

    void push(int element) {
        elements[++index] = element;
    }
    void pop() {
        index--;
    }
    int top() {
        return elements[index];
    }
    ...
};
```

Πίνακες ως πεδία κλάσεων

- Οι πίνακες μπορεί να χρησιμοποιηθούν ως μεταβλητές-μέλη (πεδία) κλάσεων
- **Παράδειγμα: Στοίβα**
 - Οι εισαγωγές και οι διαγραφές ακολουθούν το σχήμα “last-in first-out”

<code>empty()</code>	ελέγχει αν η στοίβα είναι κενή
<code>size()</code>	επιστρέφει το πλήθος των στοιχείων της
<code>push(e)</code>	ενθέτει το στοιχείο e στη στοίβα
<code>pop()</code>	διαγράφει το τελευταίο εισαχθέν στοιχείο
<code>top()</code>	επιστρέφει το τελευταίο εισαχθέν στοιχείο (χωρίς να το διαγράφει)

```
#include <iostream>
using namespace std;

const int STACK_MAX_SIZE = 100;

class Stack {
private:
    int elements[STACK_MAX_SIZE];
    int index; // <-- index to latest entry

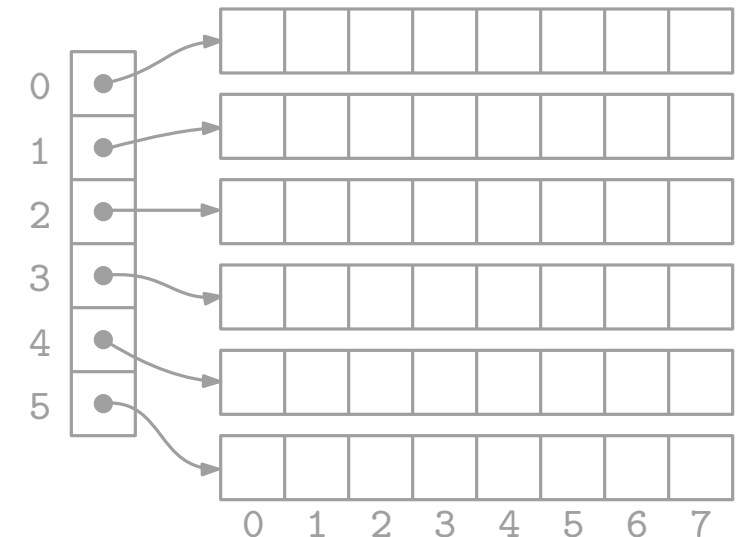
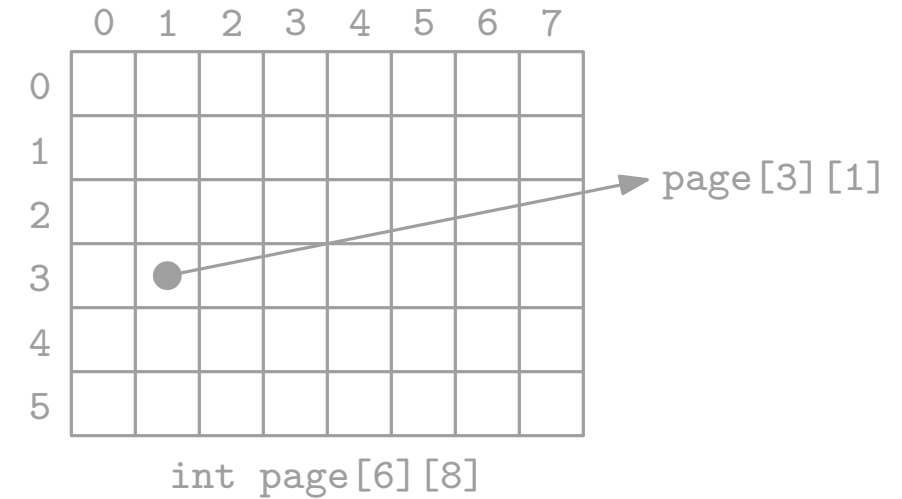
public:
    Stack(): index(-1) {}

    void push(int element) {
        elements[++index] = element;
    }
    void pop() {
        index--;
    }
    int top() {
        return elements[index];
    }
    ...
};
```

Μέρος 5^ο:
Πολυδιάστατοι πίνακες

Πολυδιάστατοι πίνακες

- Πίνακες με παραπάνω από ένα δείκτη
 - Π.χ. `int page[6][8]`
- Οπτικοποίηση:
`page[0][0], page[0][1], ..., page[0][7]`
`page[1][0], page[1][1], ..., page[1][7]`
...
`page[5][0], page[5][1], ..., page[5][7]`
- Η C++ επιτρέπει οποιοδήποτε αριθμό από δείκτες
 - Δεν θα ασχοληθούμε με παραπάνω από δύο
- Μπορούν να οριστούν και ως πίνακες από πίνακες



Αρχικοποίηση

- Πρώτη μέθοδος:

```
int x[3][4] = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11};
```

- Δεύτερη μέθοδος:

```
int x[3][4] = {{0,1,2,3},
               {4,5,6,7},
               {8,9,10,11}};
```

- Τρίτη μέθοδος:

```
int x[3][4];
for(int i = 0; i < 3; i++){
    for(int j = 0; j < 4; j++){
        cin >> x[i][j];
    }
}
```

```
#include<iostream>
using namespace std;

// C++ program to print the elements of
// a 2-dimensional array
int main()
{
    // an array with 3 rows and 2 columns.
    int x[3][2] = {{0,1}, {2,3}, {4,5}};

    // output each array element's value
    for (int i = 0; i < 3; i++)
    {
        for (int j = 0; j < 2; j++)
        {
            cout << "Element at x[" << i
                 << "][" << j << "]: ";
            cout << x[i][j] << endl;
        }
    }

    return 0;
}
```

Πολυδιάστατοι πίνακες ως παράμετροι συναρτήσεων

- Παρόμοια με μιας διάστασης πίνακα
- Με σημαντικές διαφορές:
 - Η 1η διάσταση δεν δίνεται απαραίτητα
 - Η 2η διάσταση ΔΙΝΕΤΑΙ
- Η χρήση αριθμητικών σταθερών για τον προσδιορισμό του μεγέθους των πινάκων είναι πολύτιμη.

```
#include <iostream>
using namespace std;
const int N = 3;

// Stores in C the addition of A and B
void add(int A[][N], int B[][N], int C[][N])
{
    for (int i = 0; i < N; i++)
        for (int j = 0; j < N; j++)
            C[i][j] = A[i][j] + B[i][j];
}

int main() {
    int A[N][N]={{1,1,1},{2,2,2},{3,3,3}};
    int B[N][N]={{4,4,4},{4,5,5},{6,6,6}};

    int C[N][N];
    add(A, B, C);

    cout << "Result matrix is " << endl;
    for (int i = 0; i < N; i++) {
        for (int j = 0; j < N; j++)
            cout << C[i][j] << " ";
        cout << endl;
    }
}
```


Μέρος 6^ο:
std::array (πίνακες ως αντικείμενα στην C++)

std::array

- Μια wrapper κλάση για τους standard πίνακες της C όπως τους έχουμε δει ως τώρα
 - Για την αρχικοποίηση τους απαιτείται ο τύπος και το μέγεθος τους
 - Το μέγεθος δεν είναι απαραίτητα σταθερά
 - `#include <array>`
- Μέθοδοι:
 - `size()`: πλήθος στοιχείων
 - `empty()`: ελέγχει αν ο πίνακας είναι κενός
 - `at(int)`: πρόσβαση μέσω δείκτη
 - `front()`: πρώτο στοιχείο
 - `back()`: τελευταίο στοιχείο
 - `fill()`: γεμίζει τον πίνακα με την δοθείσα τιμή

```
#include <iostream>
#include <array>

int main () {
    // instantiate an array of integers
    // of size 10
    std::array<int,10> myarray;

    // the at() method provides access to
    // the elements of the array, e.g., to
    // initiate them
    for (int i=0; i<myarray.size(); i++) {
        myarray.at(i) = i+1;
    }

    // using at() method one can also
    // output the elements of the array
    std::cout << "Contents of the array:";
    for (int i=0; i<myarray.size(); i++) {
        std::cout << ' ' << myarray.at(i);
    }
    std::cout << std::endl;

    return 0;
}
```

Δήλωση - Αρχικοποίηση

- **Δήλωση:**
std::array<τύπος, μέγεθος> όνομα;
- Το μέγεθος τους δεν αλλάζει μετά την αρχικοποίηση τους
- Διάφοροι τρόποι αρχικοποίησης τους
- Οι πίνακες τύπου std::array είναι παράμετροι με τιμή σε συναρτήσεις
 - Υπάρχει τρόπος να μην ορίσουμε τον τύπο και το μέγεθος τους στη συνάρτηση (θα το δούμε αργότερα).

```
#include <iostream>
#include <array>

void printArray(std::array<int, 5>& A) {
    // Printing array
    for (int i=0; i<A.size(); i++)
        std::cout << A.at(i) << " , ";
    std::cout << std::endl;
}

int main() {
    // Uninitialized array (garbage values)
    std::array<int, 5> a;
    printArray(a);
    // Initialized array
    std::array<int, 5> b = {1,2,3,4,5};
    printArray(b);
    // First 2 values given; others -> 0.
    std::array<int, 5> c = {1,2};
    printArray(c);
    // Fill all elements with same value
    std::array<int, 5> d;
    d.fill(4);
    printArray(d);
    return 0;
}
```

Χρήση του τελεστή [] αντί της μεθόδου at()

- Τα στοιχεία ενός πίνακα `std::array` μπορούν να προσπελαθούν χρησιμοποιώντας τον τελεστή `[]` αντί της μεθόδου `at()`
- Με τον τρόπο αυτό, η χρήση τους γίνεται πανομοιότυπη με εκείνη των κλασικών πινάκων της C.
- Πλεονέκτημα: Πρόσβαση στο μέγεθος τους (και άλλα πολλά που θα δούμε αργότερα).

```
#include <iostream>
#include <array>

using namespace std;

int main()
{
    array<int, 5> n;

    //taking values of elements from user
    for(int i=0; i<n.size(); i++)
    {
        cout << "Enter value of n[" << i
              << "]: ";
        cin >> n[i];
    }

    // printing the values of elements
    for (int j=0; j<n.size(); j++)
    {
        cout << "n[" << j << "] = "
              << n[j] << endl;
    }
    return 0;
}
```

Επιπλέον υλικό

- Για επιπλέον υλικό και ολοκληρωμένα παραδείγματα ως προς τις μεθόδους που υποστηρίζονται:
 - <https://cplusplus.com/reference/array/array/>

Μέρος 7^ο:
Αλγόριθμοι ταξινόμησης

Ταξινόμηση Πινάκων

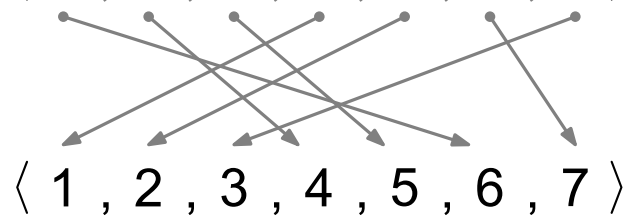
- Ταξινόμηση σε **αύξουσα τάξη**:

$$a[0] \leq a[1] \leq \dots \leq a[99]$$

- Ταξινόμηση σε **φθίνουσα τάξη**:

$$a[0] \geq a[1] \geq \dots \geq a[99]$$

- Παράδειγμα: $\langle 6, 4, 5, 1, 2, 7, 3 \rangle$



- Πολύ σπουδαία εφαρμογή

- Σχεδόν κάθε οργανισμός πρέπει να ταξινομεί κάποια δεδομένα
- Συνήθως οι επιχειρήσεις πρέπει να ταξινομούν ή να κρατάνε ταξινομημένο μεγάλο όγκο δεδομένων

Αποτελεσματικότητα αλγορίθμου

- Θα εξετάσουμε διάφορους αλγορίθμους που επιλύουν το πρόβλημα της ταξινόμησης
- Όταν σχεδιάζουμε έναν αλγόριθμο μας ενδιαφέρει η αποτελεσματικότητά του (ταχύτητα)
- Ένας τρόπος για να ποσοτικοποιούμε την αποτελεσματικότητα ενός τέτοιου αλγορίθμου γίνεται με την εύρεση του πλήθους των συγκρίσεων που χρησιμοποιεί
- Το πλήθος των συγκρίσεων μπορεί να εξαρτάται από την είσοδο. Περιπτώσεις:
 - χειρότερη
 - μέση
 - καλύτερη

Χρήση βοηθητικών συναρτήσεων

- Σε όλους τους αλγορίθμους που ακολουθούν θα χρησιμοποιήσουμε τις ακόλουθες συναρτήσεις:

- Αρχικοποίηση στοιχείων

```
void initialize(int a[], const int& n);
```

- Εκτύπωση στοιχείων

```
void display(const int a[], const int& n);
```

- Εναλλαγή στοιχείων

```
void swap(int &x, int &y);
```

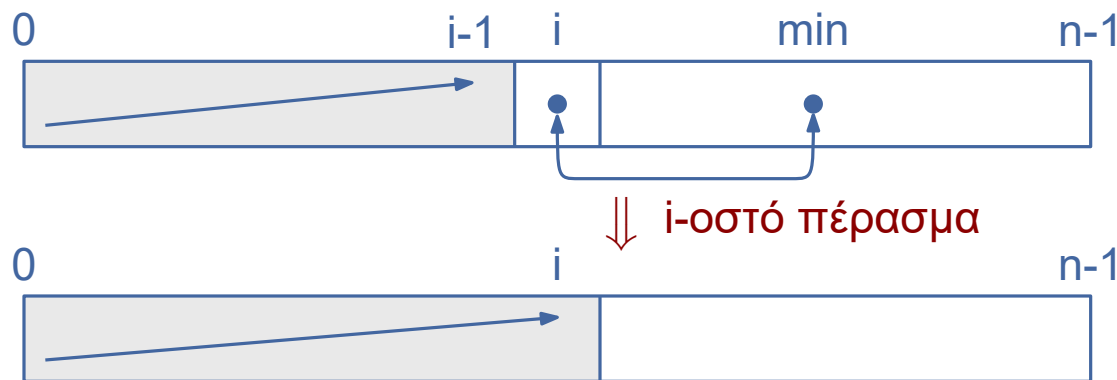
```
// Initialize all n elements of the input
// array a
void initialize(int a[], const int& n) {
    for (int i=0; i<n; i++) {
        cout << "a[" << i << "]= ";
        cin >> a[i];
    }
    cout << endl;
}

// Output all n elements of the input
// array a
void display(const int a[], const int& n) {
    for (int i=0; i<n; i++) {
        cout << a[i] << " ";
    }
    cout << endl;
}

// Swap the values of the two parameters.
void swap(int &x, int &y) {
    int temp = x;
    x = y;
    y = temp;
}
```

Ταξινόμηση επιλογής - Selection sort

- Κάνει $n - 1$ περάσματα πάνω από τον πίνακα:
 $i = 0, 1, \dots, n - 2$
- Κατά το i -οστό πέρασμα, επιλέγουμε το μικρότερο στοιχείο μεταξύ των στοιχείων στις θέσεις $j = i, \dots, n - 1$ και το ανταλλάσσουμε με αυτό στην i θέση του πίνακα.
- Οπτικοποίηση:



```
#include <iostream>
#include "auxiliary.cpp"
using namespace std;

void selectionSort(int a[], int n) {
    for (int i=0; i<n-1; i++) {
        // Find min in the unsorted part
        int min = i;
        for (int j=i+1; j<n; j++)
            if (a[j] < a[min])
                min = j;
        // Swap min with the i-th element
        swap(a[min], a[i]);
    }
}

int main() {
    const int SIZE = 10;
    int a[SIZE];
    initialize(a, SIZE);
    selectionSort(a, SIZE);
    cout << "After sorting: ";
    display(a, SIZE);
}
```

Ταξινόμηση επιλογής - Selection sort

- Κάνει $n - 1$ περάσματα πάνω από τον πίνακα:
 $i = 0, 1, \dots, n - 2$
- Κατά το i -οστό πέρασμα, επιλέγουμε το μικρότερο στοιχείο μεταξύ των στοιχείων στις θέσεις $j = i, \dots, n - 1$ και το ανταλλάσσουμε με αυτό στην i θέση του πίνακα.
- Η i -οστή επανάληψη απαιτεί $n - i - 1$ συγκρίσεις.
 - Συνολικά:
 $(n - 1) + \dots + 1 = \frac{n(n-1)}{2} = \mathcal{O}(n^2)$ συγκρίσεις

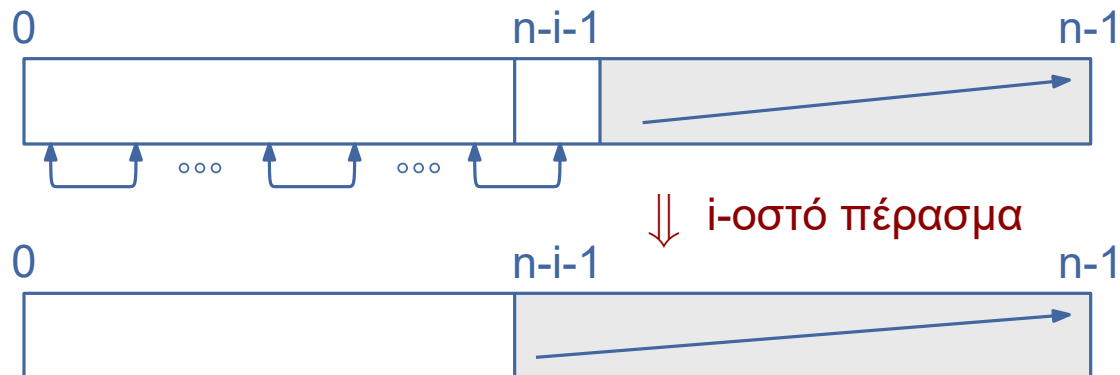
```
#include <iostream>
#include "auxiliary.cpp"
using namespace std;

void selectionSort(int a[], int n) {
    for (int i=0; i<n-1; i++) {
        // Find min in the unsorted part
        int min = i;
        for (int j=i+1; j<n; j++)
            if (a[j] < a[min])
                min = j;
        // Swap min with the i-th element
        swap(a[min], a[i]);
    }
}

int main() {
    const int SIZE = 10;
    int a[SIZE];
    initialize(a, SIZE);
    selectionSort(a, SIZE);
    cout << "After sorting: ";
    display(a, SIZE);
}
```

Ταξινόμηση φουσαλίδας - Bubble sort

- Κάνει $n - 1$ περάσματα πάνω από τον πίνακα:
 $i = 0, 1, \dots, n - 2$
- Κατά το i -οστό πέρασμα, διαδοχικά ζεύγη στοιχείων στις θέσεις $j = 0, 1, \dots, n - i - 1$ συγκρίνονται.
 - Εάν είναι σε φθίνουσα τάξη, τα εναλλάσσουμε.
- Οπτικοποίηση:



```
#include <iostream>
#include "auxiliary.cpp"
using namespace std;

void bubbleSort(int a[], int n) {
    for (int i=0; i < n-1; i++) {
        // Last i elements are already sorted
        for (int j=0; j < n-i-1; j++) {
            if (a[j] > a[j+1])
                swap(a[j], a[j+1]);
        }
    }
}

int main() {
    const int SIZE = 10;
    int a[SIZE];
    initialize(a, SIZE);
    bubbleSort(a, SIZE);
    cout << "After sorting: ";
    display(a, SIZE);
}
```

Ταξινόμηση φουσαλίδας - Bubble sort

- Κάνει $n - 1$ περάσματα πάνω από τον πίνακα:
 $i = 0, 1, \dots, n - 2$
- Κατά το i -οστό πέρασμα, διαδοχικά ζεύγη στοιχείων στις θέσεις $j = 0, 1, \dots, n - i - 1$ συγκρίνονται.
 - Εάν είναι σε φθίνουσα τάξη, τα εναλλάσσουμε.
- Η i -οστή επανάληψη απαιτεί $n - i$ συγκρίσεις.
 - Συνολικά:
 $(n - 1) + \dots + 1 = \frac{n(n-1)}{2} = \mathcal{O}(n^2)$ συγκρίσεις

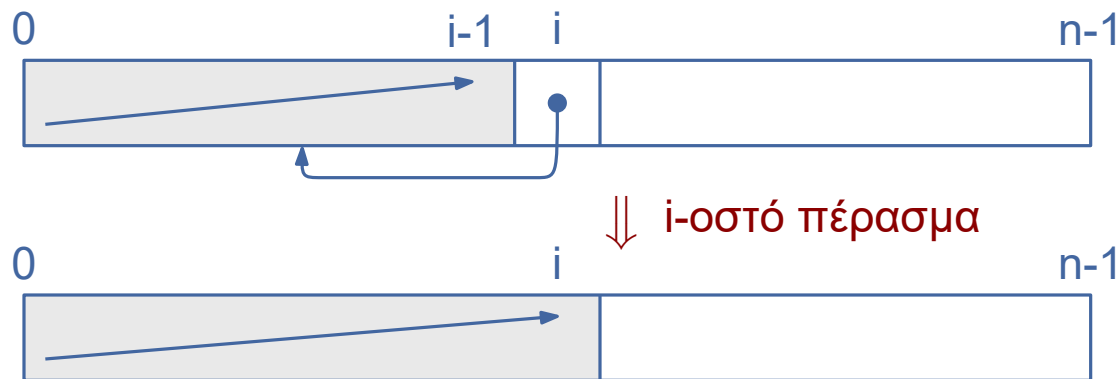
```
#include <iostream>
#include "auxiliary.cpp"
using namespace std;

void bubbleSort(int a[], int n) {
    for (int i=0; i < n-1; i++) {
        // Last i elements are already sorted
        for (int j=0; j < n-i-1; j++) {
            if (a[j] > a[j+1])
                swap(a[j], a[j+1]);
        }
    }
}

int main() {
    const int SIZE = 10;
    int a[SIZE];
    initialize(a, SIZE);
    bubbleSort(a, SIZE);
    cout << "After sorting: ";
    display(a, SIZE);
}
```

Ταξινόμηση εισαγωγής - Insertion sort

- Κάνει $n - 1$ περάσματα πάνω από τον πίνακα:
 $i = 1, 2, \dots, n - 1$
- Κατά το i -οστό πέρασμα, το i -οστό στοιχείο εισάγεται στη σωστή θέση ως προς τα στοιχεία στις θέσεις $j = 0, 1, \dots, i - 1$.
- Οπτικοποίηση:



```
#include <iostream>
#include "auxiliary.cpp"
using namespace std;

void insertionSort(int a[], int n) {
    int i, j, key;
    for (i=1; i<n; i++) {
        key = a[i];
        for (j=i; j>0 && a[j-1] > key; j--) {
            // Shift to the right
            a[j] = a[j-1];
        }
        a[j] = key;
    }
}

int main() {
    const int SIZE = 10;
    int a[SIZE];
    initialize(a, SIZE);
    insertionSort(a, SIZE);
    cout << "After sorting: ";
    display(a, SIZE);
}
```

Ταξινόμηση εισαγωγής - Insertion sort

- Κάνει $n - 1$ περάσματα πάνω από τον πίνακα:
 $i = 1, 2, \dots, n - 1$
- Κατά το i -οστό πέρασμα, το i -οστό στοιχείο εισάγεται στη σωστή θέση ως προς τα στοιχεία στις θέσεις $j = 0, 1, \dots, i - 1$.
- Το i -οστό στοιχείο συγκρίνεται με όλα τα $i - 1$ στοιχεία που προηγούνται .
 - Συνολικά:
 $1 + 2 + \dots + (n - 1) = \frac{n(n-1)}{2} = \mathcal{O}(n^2)$ συγκρίσεις

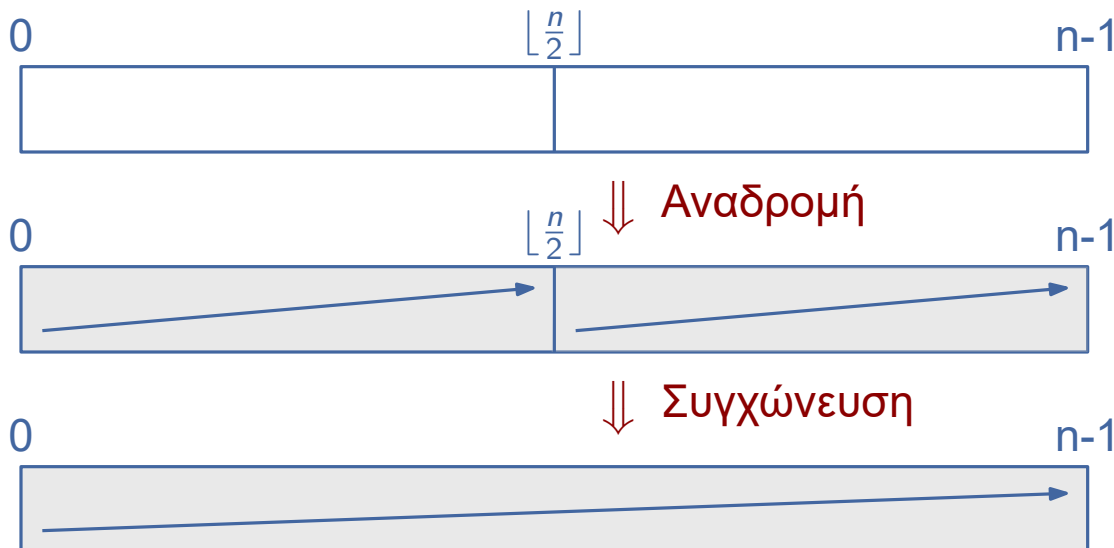
```
#include <iostream>
#include "auxiliary.cpp"
using namespace std;

void insertionSort(int a[], int n) {
    int i, j, key;
    for (i=1; i<n; i++) {
        key = a[i];
        for (j=i; j>0 && a[j-1] > key; j--) {
            // Shift to the right
            a[j] = a[j-1];
        }
        a[j] = key;
    }
}

int main() {
    const int SIZE = 10;
    int a[SIZE];
    initialize(a, SIZE);
    insertionSort(a, SIZE);
    cout << "After sorting: ";
    display(a, SIZE);
}
```

Ταξινόμηση μέσω συγχώνευσης - Merge sort

- Διαμερίζει τον πίνακα σε δύο (σχεδόν) ίσα μέρη διαδοχικών στοιχείων και αναδρομικά ταξινομεί καθένα από αυτά.
- Ακολούθως, συγχωνεύει τα δύο ταξινομημένα μέρη (merge).
- Οπτικοποίηση:



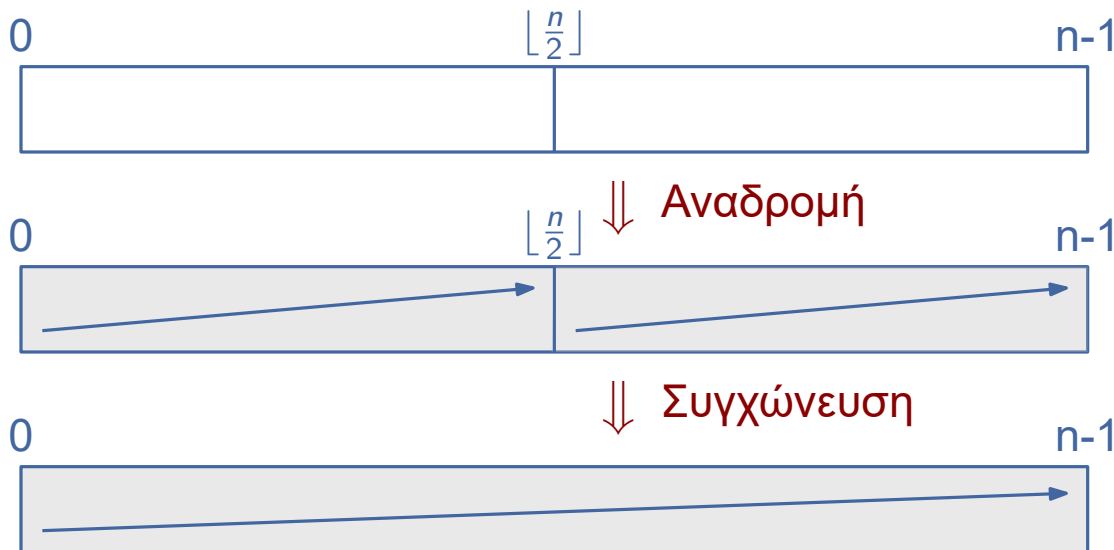
```
#include <iostream>
#include "auxiliary.cpp"
using namespace std;

void mergeSort(int a[], int left,
               int right)
{
    if(left >= right){
        return;
    }
    int middle = left + (right-left)/2;
    mergeSort(a, left, middle);
    mergeSort(a, middle+1, right);
    merge(a, left, middle, right);
}

int main() {
    const int SIZE = 10;
    int a[SIZE];
    initialize(a, SIZE);
    mergeSort(a, 0, SIZE-1);
    cout << "After sorting: ";
    display(a, SIZE);
}
```


Ταξινόμηση μέσω συγχώνευσης - Merge sort

- Διαμερίζει τον πίνακα σε δύο (σχεδόν) ίσα μέρη διαδοχικών στοιχείων και αναδρομικά ταξινομεί καθένα από αυτά.
- Ακολούθως, συγχωνεύει τα δύο ταξινομημένα μέρη (merge).
- Οπτικοποίηση:



```
#include <iostream>
#include "auxiliary.cpp"
using namespace std;

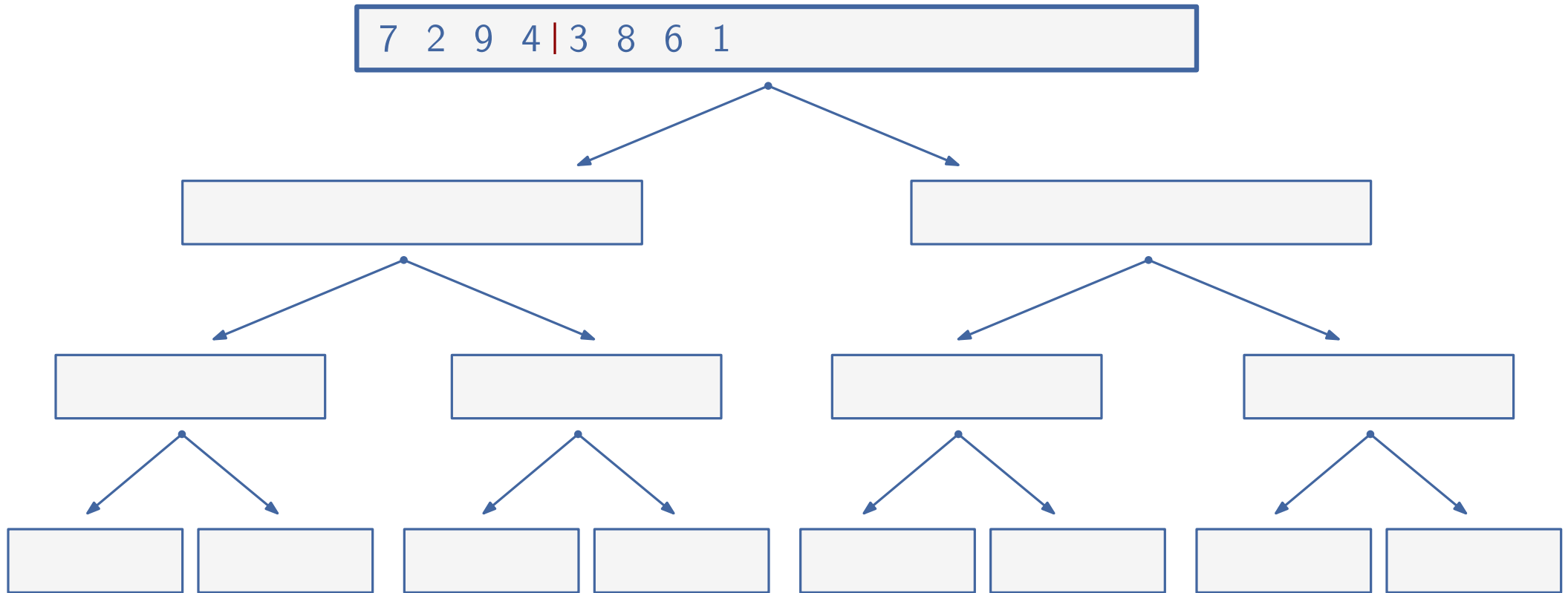
void mergeSort(int a[], int left,
               int right)
{
    if(left >= right){
        return;
    }
    int middle = left + (right-left)/2;
    mergeSort(a, left, middle);
    mergeSort(a, middle+1, right);
    merge(a, left, middle, right);
}

int main() {
    const int SIZE = 10;
    int a[SIZE];
    initialize(a, SIZE);
    mergeSort(a, 0, SIZE-1);
    cout << "After sorting: ";
    display(a, SIZE);
}
```

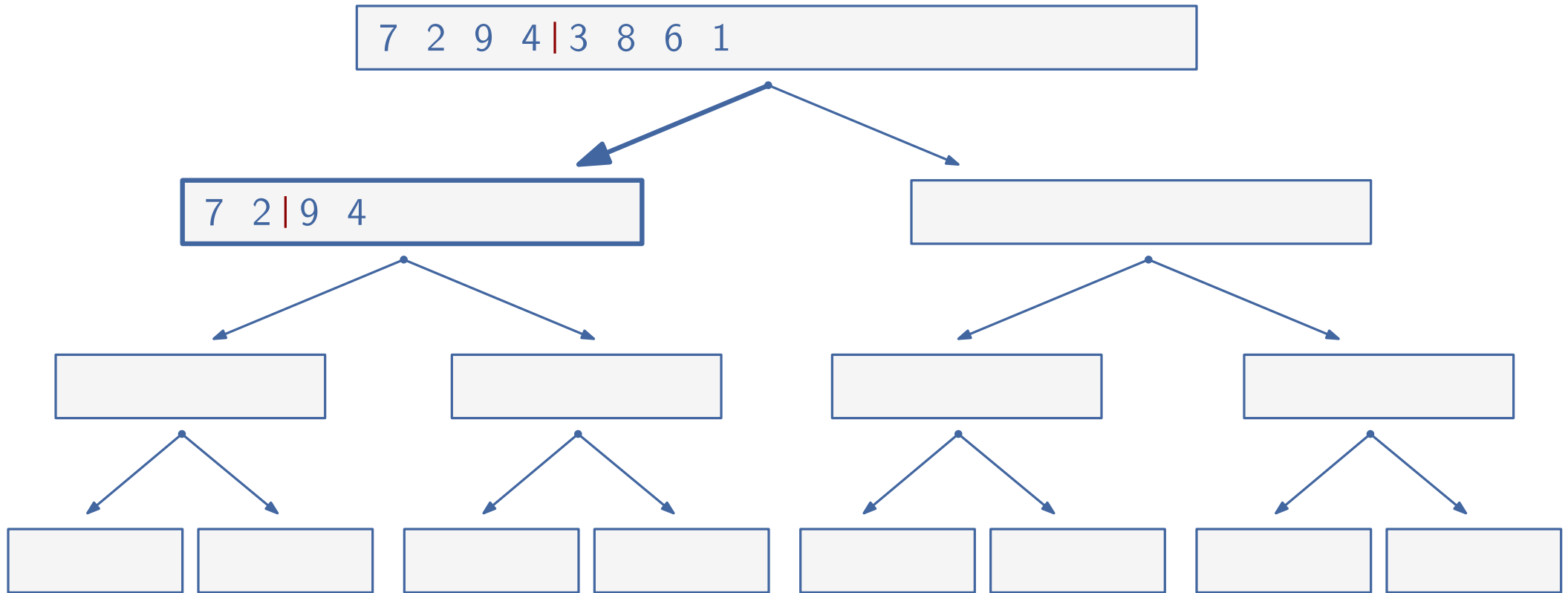
Part03/sorting/mergesort.cpp

Θα δούμε την υλοποίηση της σε λίγο

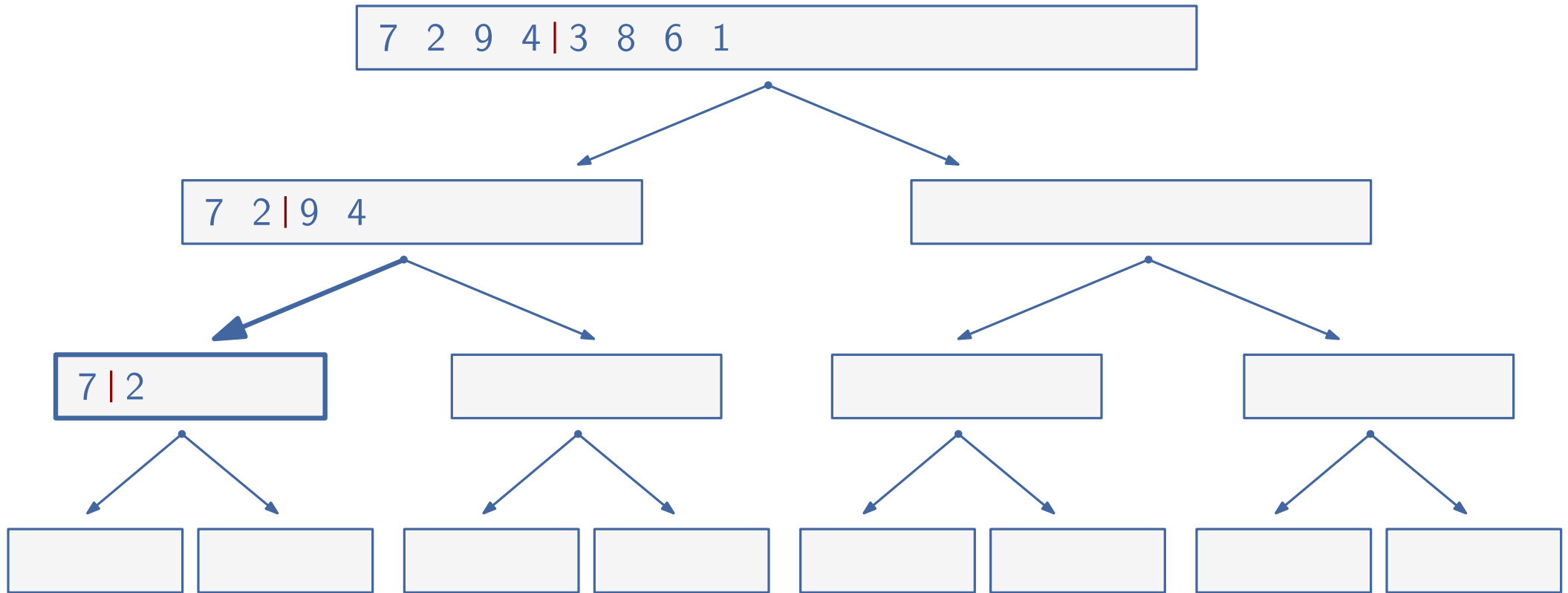
Ταξινόμηση μέσω συγχώνευσης: Παράδειγμα εκτέλεσης



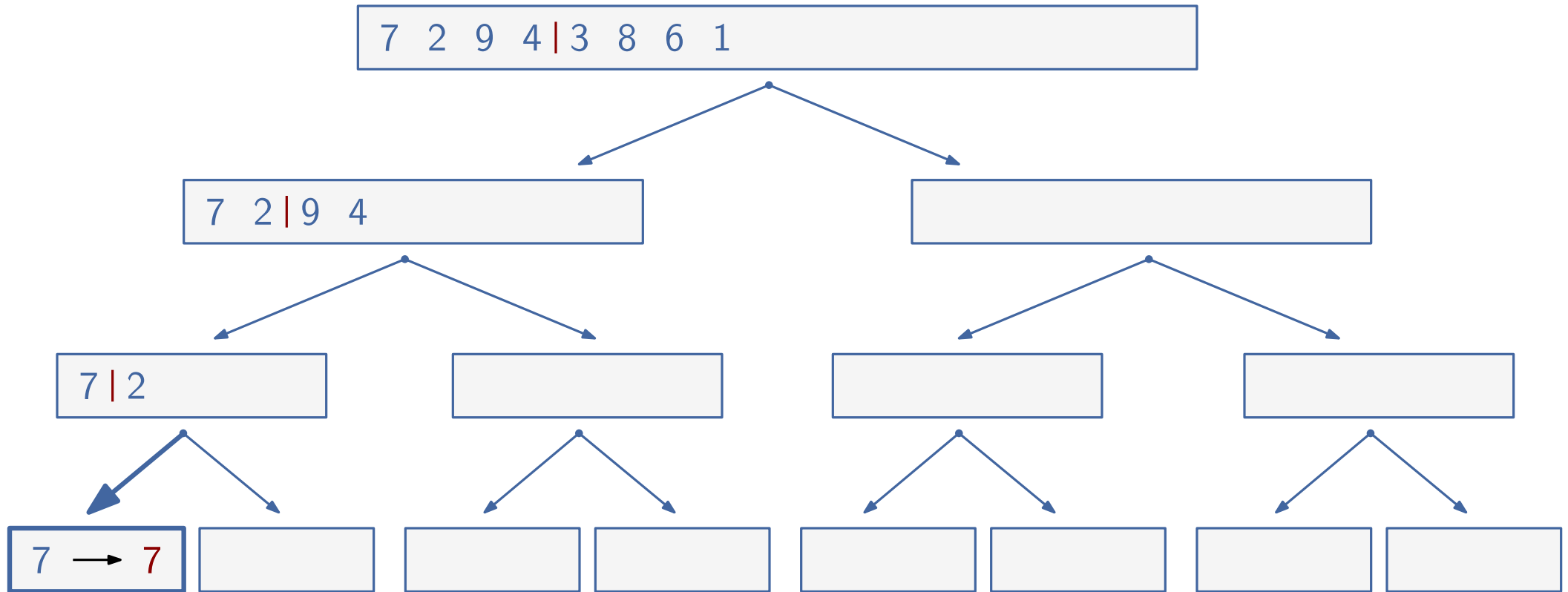
Ταξινόμηση μέσω συγχώνευσης: Παράδειγμα εκτέλεσης



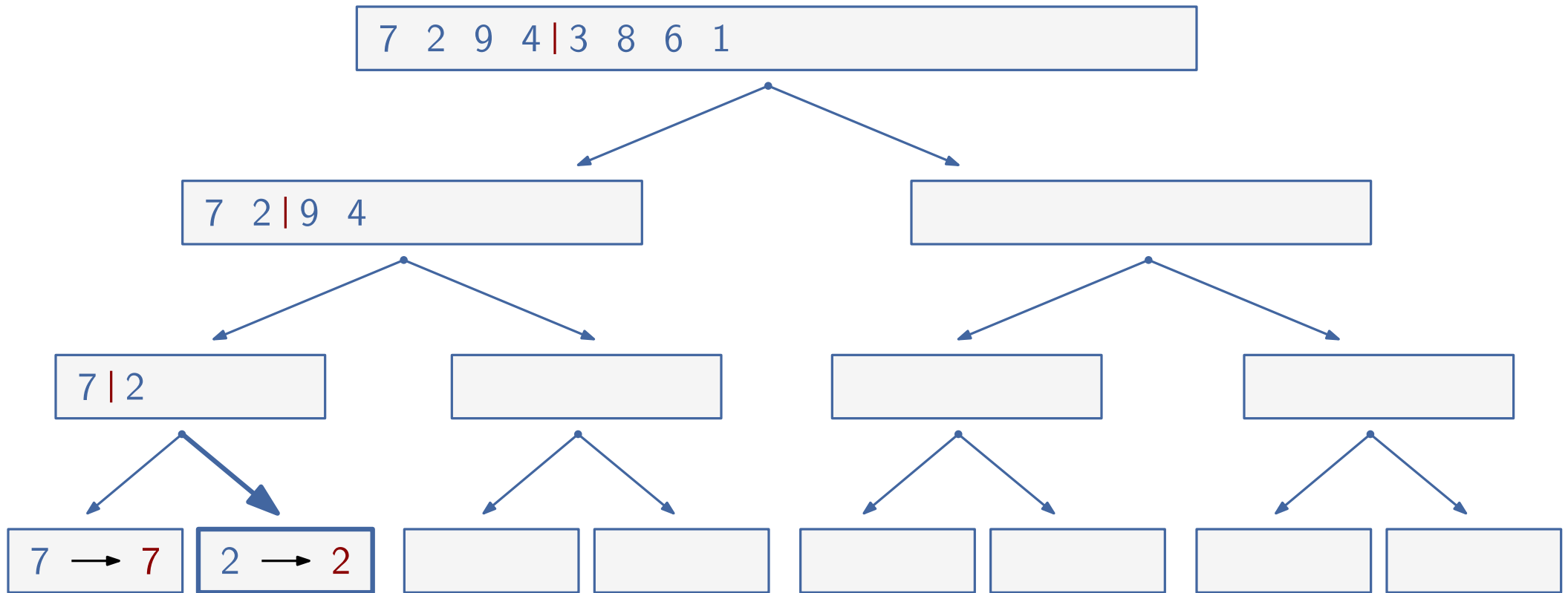
Ταξινόμηση μέσω συγχώνευσης: Παράδειγμα εκτέλεσης



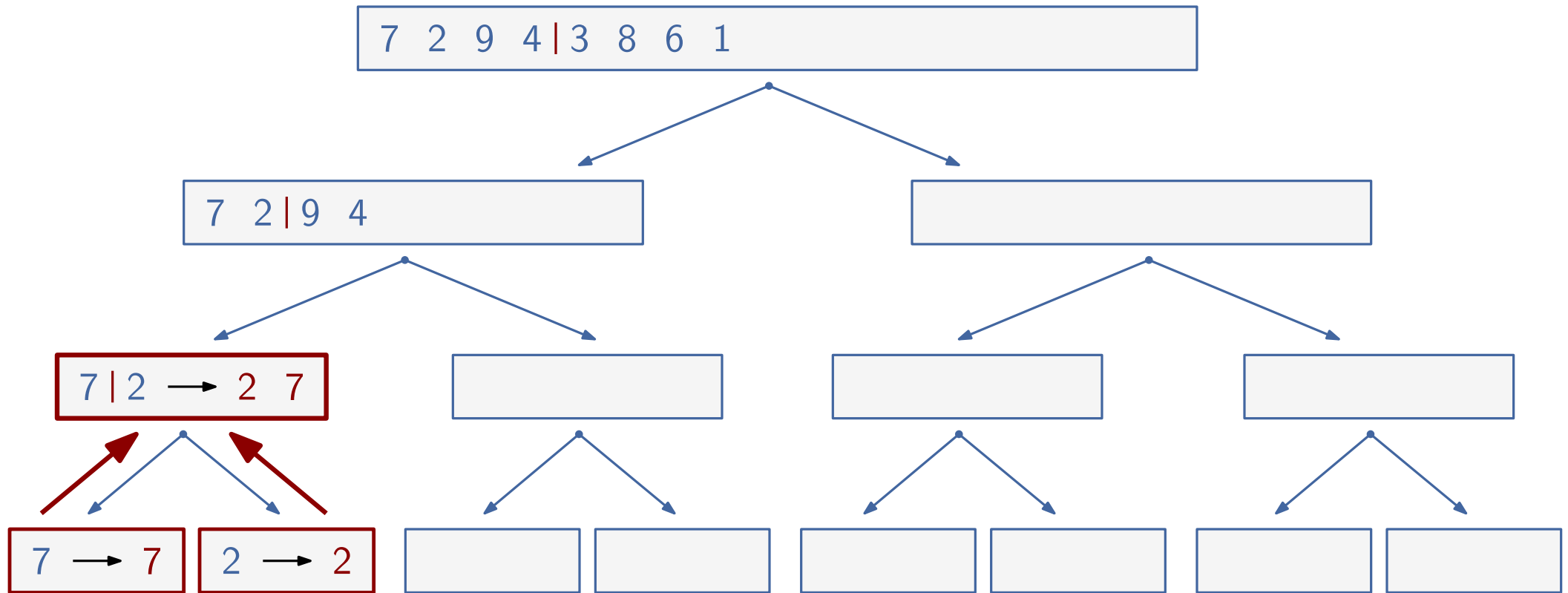
Ταξινόμηση μέσω συγχώνευσης: Παράδειγμα εκτέλεσης



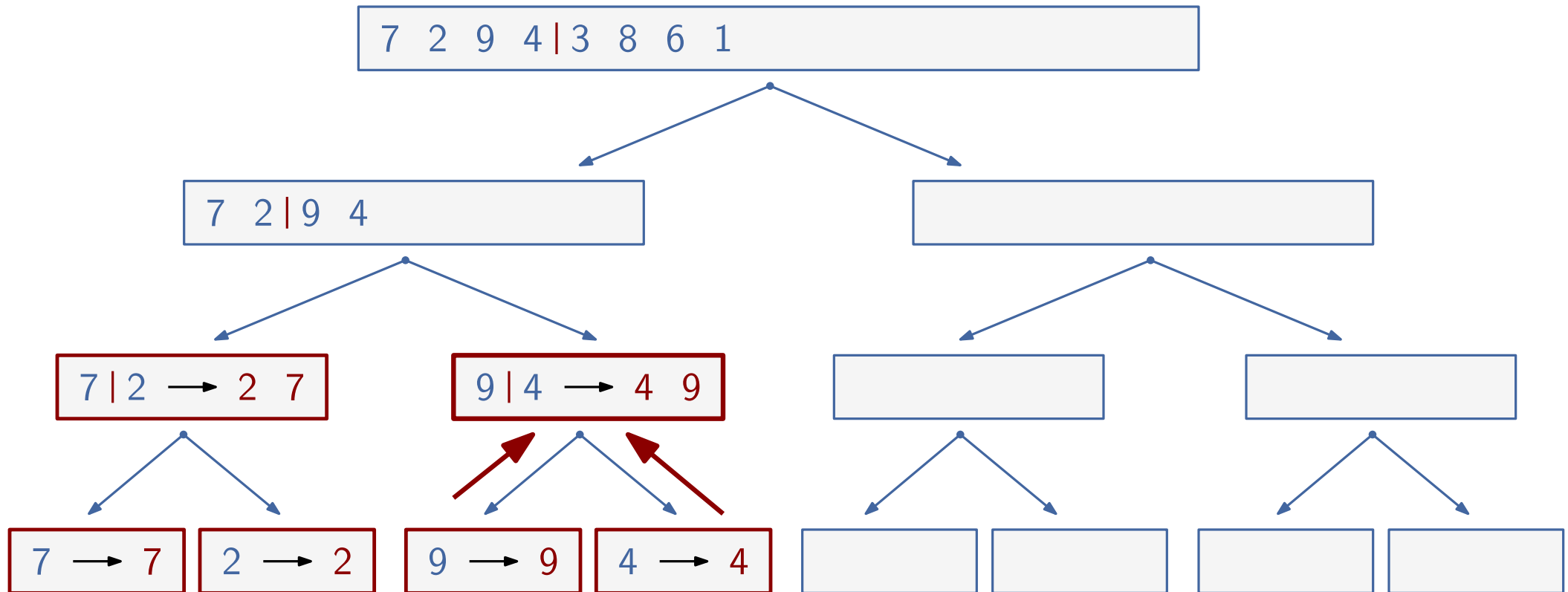
Ταξινόμηση μέσω συγχώνευσης: Παράδειγμα εκτέλεσης



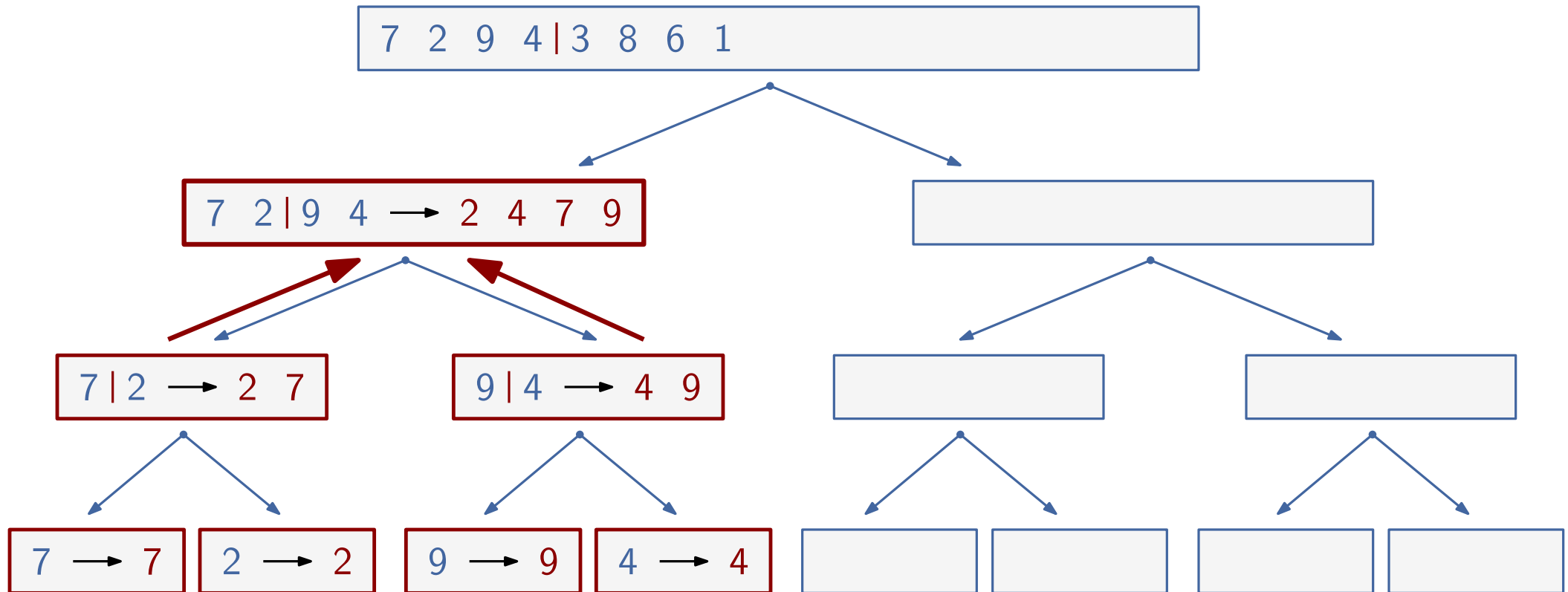
Ταξινόμηση μέσω συγχώνευσης: Παράδειγμα εκτέλεσης



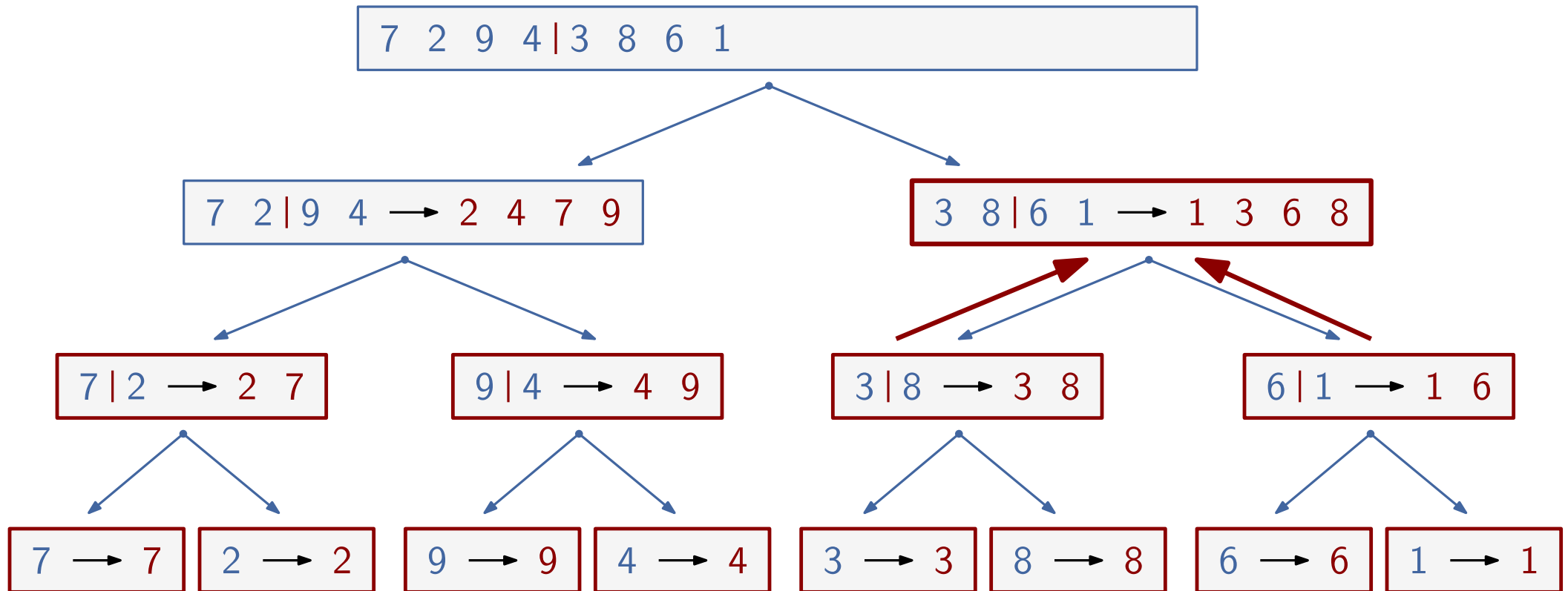
Ταξινόμηση μέσω συγχώνευσης: Παράδειγμα εκτέλεσης



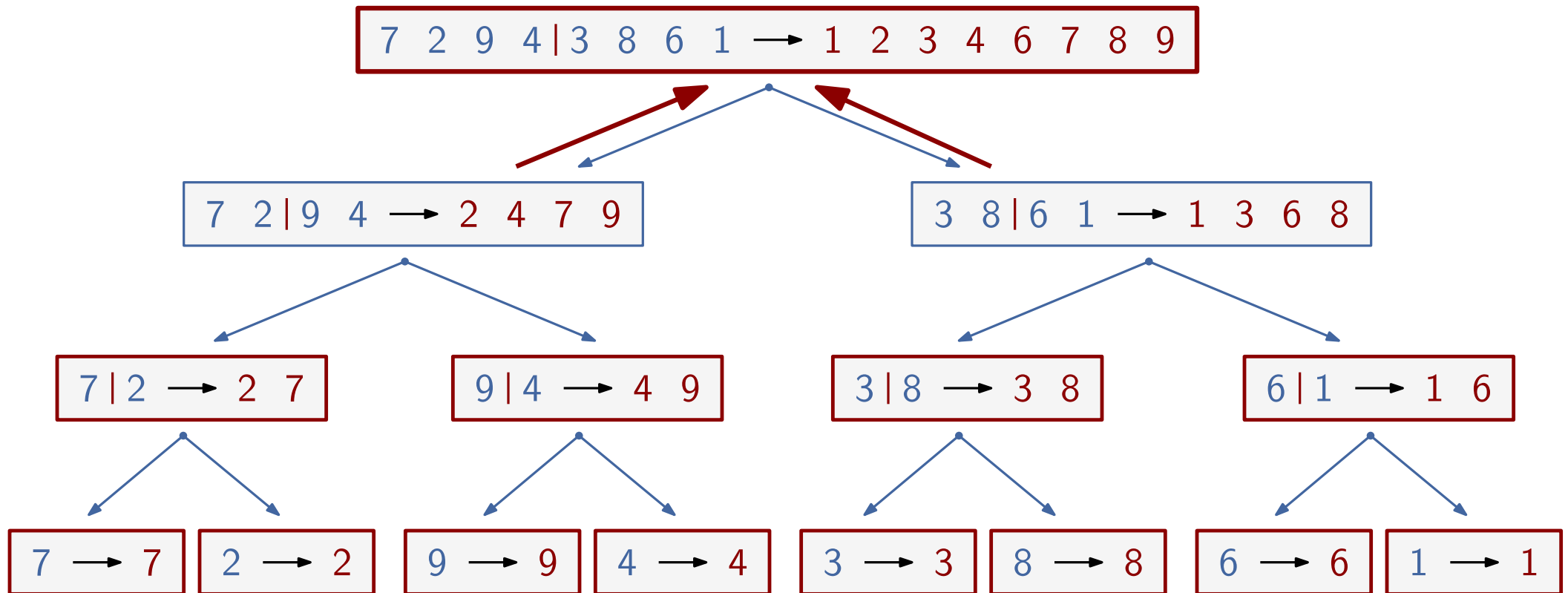
Ταξινόμηση μέσω συγχώνευσης: Παράδειγμα εκτέλεσης



Ταξινόμηση μέσω συγχώνευσης: Παράδειγμα εκτέλεσης



Ταξινόμηση μέσω συγχώνευσης: Παράδειγμα εκτέλεσης



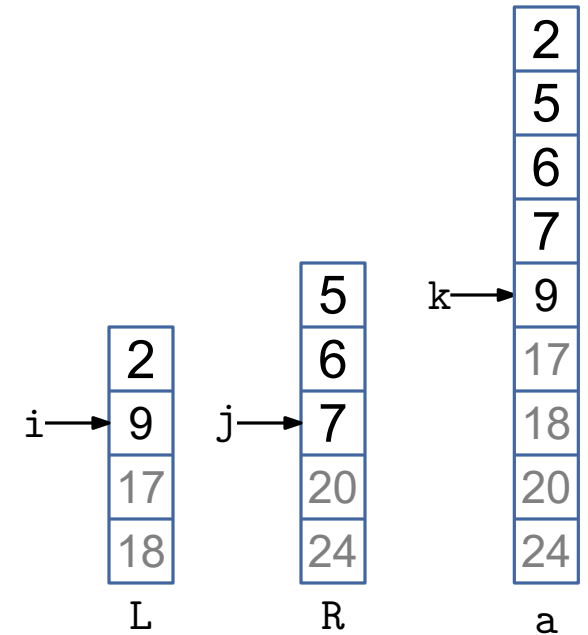
Ταξινόμηση μέσω συγχώνευσης: Merge

```
void merge(int a[], int left, int middle, int right)
{
    // Create two temporary arrays
    int l = middle - left + 1, r = right - middle;
    int L[l], R[r];

    // Copy data to temporary arrays L and R
    for (int i = 0; i < l; i++) L[i] = a[left + i];
    for (int j = 0; j < r; j++) R[j] = a[middle + 1 + j];

    // Merge the L and R back into array[l...r]
    int i = 0, j = 0, k = left;
    while (i < l && j < r) {
        if (L[i] <= R[j]) { a[k] = L[i]; i++; k++; }
        else { a[k] = R[j]; j++; k++; }
    }

    // Copy the remaining elements of L and R, if any
    while (i < l) { a[k] = L[i]; i++; k++; }
    while (j < r) { a[k] = R[j]; j++; k++; }
}
```



Ταξινόμηση μέσω συγχώνευσης: Ανάλυση

- **Θεώρημα:** Το πλήθος συγκρίσεων της ταξινόμησης μέσω συγχώνευσης δίνεται από την αναδρομική σχέση:

$$T[n] \leq T[\lfloor \frac{n}{2} \rfloor] + T[\lceil \frac{n}{2} \rceil] + n - 1 \quad T[1] = 0$$

η οποία ως έχει λύση:

$$T[n] = n \lceil \log n \rceil - 2^{\lceil \log n \rceil} + 1 = \mathcal{O}(n \log n)$$

Απόδειξη:

Υποθέτουμε ότι το n είναι δύναμη του 2

$$\Rightarrow n = 2^k \iff k = \log n$$

$$T[n] \leq 2 T[\frac{n}{2}] + n - 1$$

$$2 T[\frac{n}{2}] \leq 2^2 T[\frac{n}{4}] + 2 \frac{n}{2} - 2$$

...

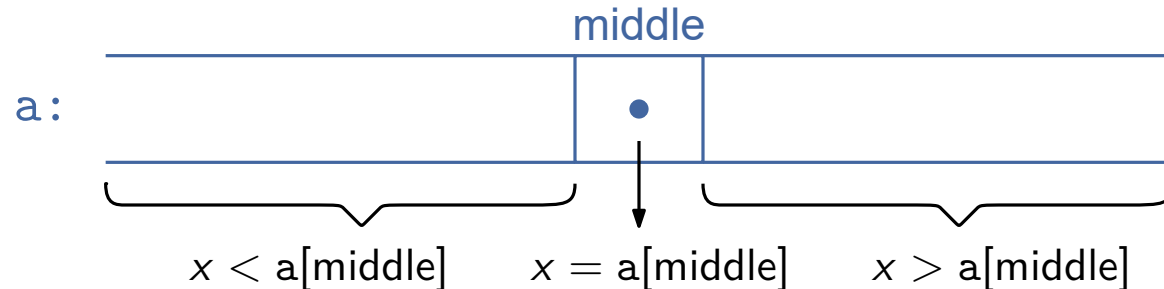
$$2^{k-1} T[\frac{n}{2^{k-1}}] \leq 2^k T[\frac{n}{2^k}] + 2^{k-1} \frac{n}{2^{k-1}} - 2^{k-1}$$

$$\begin{aligned} T[n] &\leq 2^k T[\frac{n}{2^k}] + nk - \sum_{j=0}^{k-1} 2^j \\ &= n \log n - (2^k - 1) \\ &= n \log n - n + 1 = \mathcal{O}(n \log n) \end{aligned}$$

Μέρος 8^ο:
Διαδική αναζήτηση

Δυαδική αναζήτηση

- Αναζήτηση ενός στοιχείου x σε ταξινομημένο πίνακα.
- Μέθοδος: Σύγκρινε το στοιχείο x με το μεσαίο στοιχείο του πίνακα
 - $=$: το στοιχείο βρέθηκε
 - $<$: αναζήτησε το στοιχείο x στα αριστερά
 - $>$: αναζήτησε το στοιχείο x στα δεξιά
- Οπτικοποίηση:



```
#include <iostream>
#include "auxiliary.cpp"
using namespace std;

int bsearch(int a[], int left,
            int right, int x) {
    if (right >= left) {
        int middle = left+(right-left)/2;

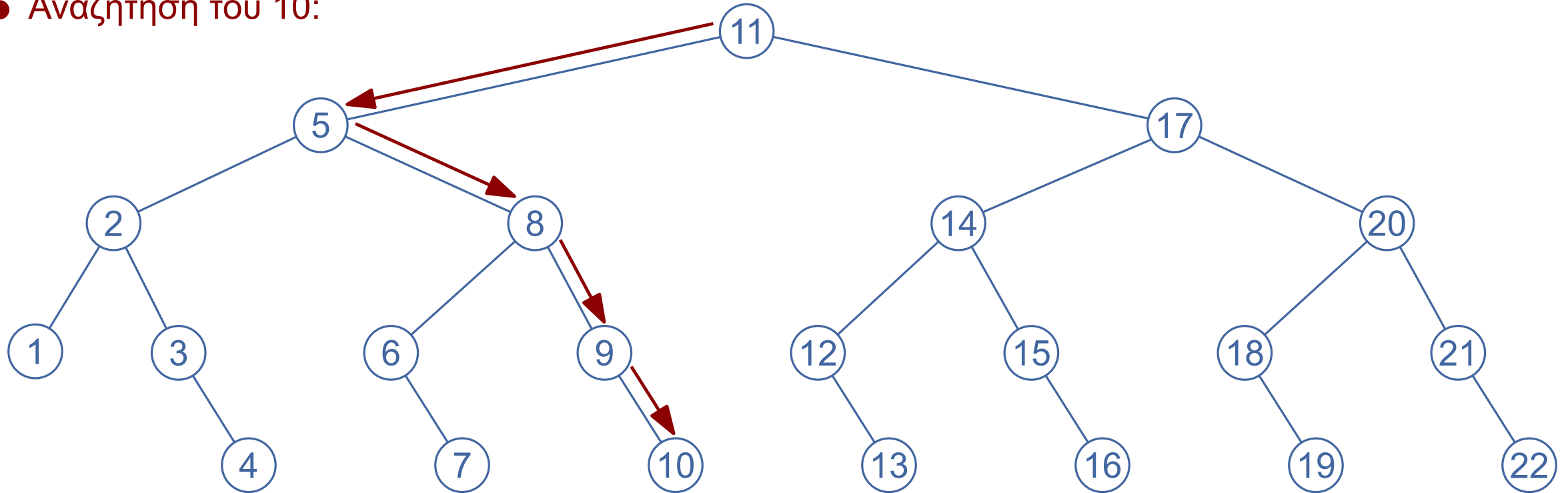
        if (a[middle] == x)
            return middle;
        if (a[middle] > x)
            return bsearch(a, left, middle-1, x);
        else
            return bsearch(a, middle+1, right, x);
    }
    return -1;
}

int main() {
    const int SIZE = 10;
    int a[SIZE];
    initialize(a, SIZE);
    cout << "Element 10 found at position "
         << bsearch(a, 0, SIZE-1, 10);
}
```

Διαδική αναζήτηση: Παράδειγμα

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

● Αναζήτηση του 10:



Δυαδική αναζήτηση: Ανάλυση

- **Θεώρημα:** Το πλήθος των συγκρίσεων της μεθόδου `binarySearch` δίνεται από την αναδρομική σχέση:

$$T[n] \leq T[\lfloor \frac{n}{2} \rfloor] + 1 \qquad T[1] = 1$$

η οποία ως έχει λύση:

$$T[n] \leq \lfloor \log n \rfloor + 1 = \mathcal{O}(\log n)$$

Απόδειξη:

Υποθέτουμε ότι το n είναι δύναμη του 2

$$\Rightarrow n = 2^k \iff k = \log n$$

$$T[n] \leq T[\frac{n}{2}] + 1$$

$$T[\frac{n}{2}] \leq T[\frac{n}{4}] + 1$$

...

$$T[\frac{n}{2^{k-1}}] \leq T[\frac{n}{2^k}] + 1$$

$$T[n] \leq T[\frac{n}{2^k}] + k = 1 + \log n = \mathcal{O}(\log n)$$

Επιπλέον υλικό

- Κεφάλαιο 7 (σ.σ., 290–305):
R. Lafore, Αντικειμενοστρεφής προγραμματισμός με τη C++,
ISBN: 960-209-904-6, εκδόσεις Κλειδάριθμος, 2006.